GRIP CASIO

RELATION DE BEZOUT

Nom du programme

BEZOUT

```
"A="?→A↲
"B="?→B↲
1→U:0→X↲
0→V:1→Y↲
Do↲
Int (A÷B)→Q↲
A−BQ→R↲
B→A:R→B↲
U−XQ→S↲
X→U:S→X↲
V−YQ→T↲
Y→V:T→Y↲
LpWhile R≠0↲
"PGCD=":A◢
"U=":U◢
"V=":V◢
"FIN"
```

Utilisation

On lance le programme.

Exemple avec ***88*** et ***56***

```
A=?
88
B=?
56
```

```
PGCD=
               8
U=
               2
V=
              -3
FIN
```

On a bien: $\mathbf{\textit{8}} = \mathbf{\textit{88}} \times \mathbf{\textit{2}} + \mathbf{\textit{56}} \times \mathbf{\textit{-3}}$

Exemple avec ***1560*** et ***3680***

```
A=?
1560
B=?
3680
```

```
PGCD=
              40
U=
             -33
V=
              14
FIN
```

On a bien: $\mathbf{\textit{40}} = \mathbf{\textit{1560}} \times \mathbf{\textit{-33}} + \mathbf{\textit{3680}} \times \mathbf{\textit{14}}$

Remarque:
Dans cet exemple, $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$. C'est sans incidence sur le résultat.
Si l'on avait fait $\boldsymbol{a} = \mathbf{\textit{3680}}$ et $\boldsymbol{b} = \mathbf{\textit{1560}}$, on aurait obtenu:
PGCD = 40; U = 14 et V = -33.
Ce qui vérifie: $\mathbf{\textit{40}} = \mathbf{\textit{3680}} \times \mathbf{\textit{14}} + \mathbf{\textit{1560}} \times \mathbf{\textit{-33}}$

NOMBRES

RELATION DE BEZOUT

Problème

Si d est le **P**lus **G**rand **C**ommun **D**iviseur des **entiers naturels** a et b,

trouver deux nombres **entiers relatifs** u et v tels que:

$$d = au + bv\,.$$

Principe

On développe l'algorithme d'Euclide.

Soient a et b, deux nombres entiers strictement positifs, tels que $a > b$.

1- Au début: $a = au + bv$ avec $u = 1$ et $v = 0$
$b = xu + yv$ avec $x = 0$ et $y = 1$

2- Tant que $r \neq 0$, on calcule:
$q = E\,(a\,/\,b)$
$r = a - bq$ puis on range b dans a et r dans b
$s = u - xq$ puis on range x dans u et s dans x
$t = v - yq$ puis on range y dans v et t dans y

3- Quand $r = 0$, **PGCD** = a
U = u
V = v

Simulons cette démarche avec les deux nombres ***88*** et ***56***.

A = *88*	A = *56*	A = *32*	A = *24*	A = *8*
B = *56*	B = *32*	B = *24*	B = *8*	B = *0*
Q = *1*	Q = *1*	Q = *1*	Q = *3*	Q =
R = *32*	R = *24*	R = *8*	R = *0*	R =
U = *1*	U = *0*	U = *1*	U = *-1*	U = *2*
X = *0*	X = *1*	X = *-1*	X = *2*	X = *-7*
S = *1*	S = *-1*	S = 2	S = *-7*	S =
V = *0*	V = *1*	V = *-1*	V = *2*	V = *-3*
Y = *1*	Y = *-1*	Y = *2*	Y = *-3*	Y = *11*
T = *-1*	T = *2*	T = *-3*	T = *11*	T =